

Ein Datensatz besteht häufig aus vielen einzelnen Messungen, die als einzelne Datenpunkte in einem XY-Diagramm dargestellt werden (s. Abb. 1). Oft ergeben die Datenpunkte eine Datenwolke (vgl. Abb. 1.a), aus der nicht sofort eine gemeinsame Entwicklung/ein Trend ablesbar ist. Im Gegensatz dazu kann in Abb.1.b. relativ leicht eine Entwicklung/ein Trend abgelesen werden.

Abb. 1.a

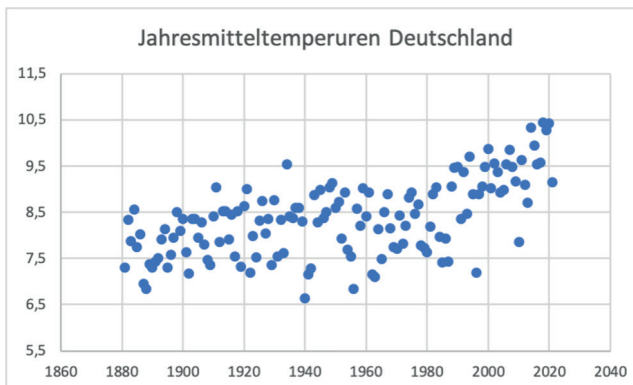


Abb. 1.b

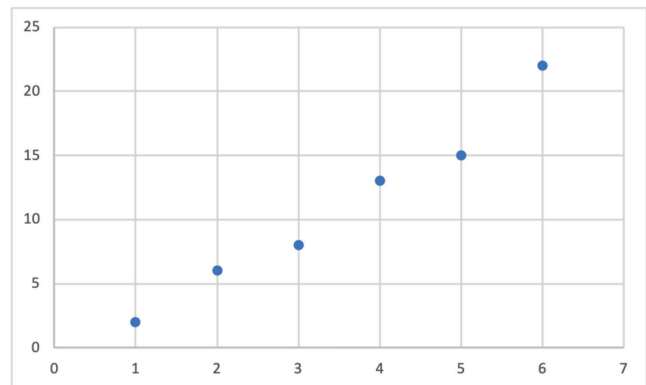


Abbildung 1: Jahresmitteltemperaturen Deutschland: Beispiele für unterschiedliche Messreihen

Um aus der Vielzahl der Datenpunkte eine Entwicklung analysieren zu können, wäre eine Darstellungsform hilfreich, die die Entwicklung zusammenfasst.

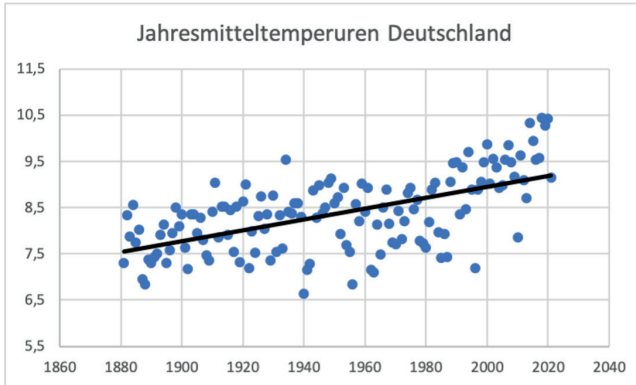
Eine solche Möglichkeit bietet die sogenannte **lineare Regression, in der die Entwicklung der Datenpunkte in einer einzigen Trendline zusammengefasst wird.**

Ausgehend von den konkret gegebenen Daten wird zum Beispiel eine Gerade mit dem Lineal so durch die Punkte gezogen, dass die Abstände zwischen der Geraden und allen Datenpunkten minimal sind: Je kürzer die Abstände aller Datenpunkte zur Trendline (Geraden) sind, umso besser ist die Trendlinie. Diese Trendlinie wird auch „Regressionsgerade“ genannt.

Eine Gerade mit dem Lineal durch die Punkte ziehen, so dass die Abstände zwischen der Geraden und allen Datenpunkten minimal sind, ist im Falle der Datenpunkte in Abb. 2b einfach. Bei der Datenwolke aus Abb. 2a ist dies schon schwieriger, daher wird hier bei der Option „lineare Trendlinie“ auf Computerprogramme zurückgegriffen.



2a



2b

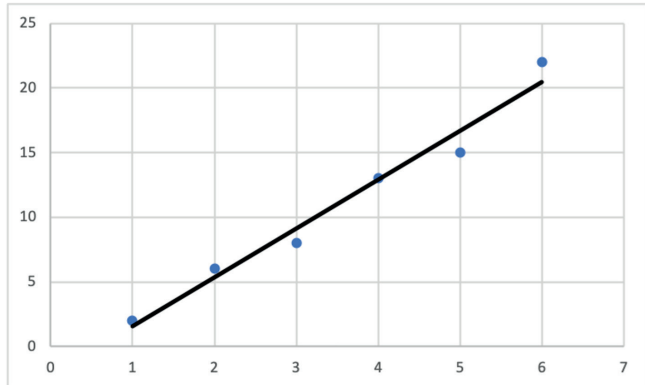
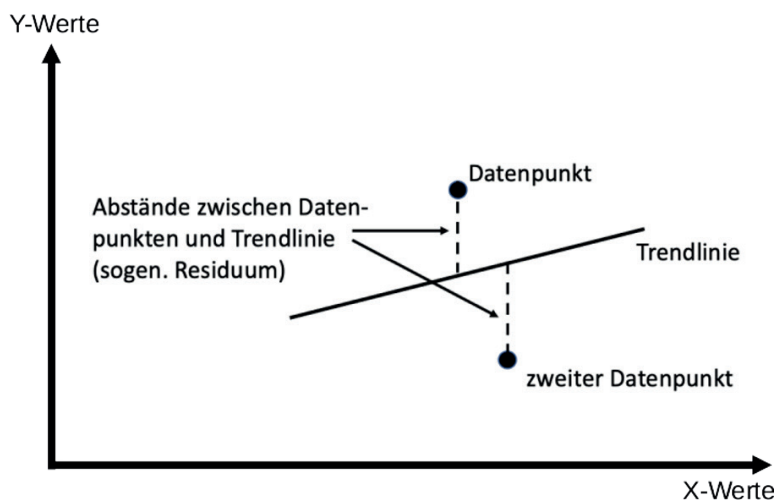


Abbildung 2: Jahresmitteltemperaturen Deutschland: Trendlinien für unterschiedliche Messreihen

Computerprogramme, wie zum Beispiel Excel, berechnen nach festen Regeln eine Trendline und geben die dazugehörige lineare Gleichung aus.

Die Berechnung der Trendline und der dazugehörigen linearen Funktion erfolgt über die „Methode der kleinsten Quadrate“: Die Abstände zwischen der Geraden (Trendlinie) und den einzelnen Y-Datenpunkten (s. Bild: Datenpunkt, zweiter Datenpunkt) werden quadriert und dann aufsummiert.

Eine Gerade, welche die kleinste Summe der Quadrate der vertikalen Abweichungen zwischen Beobachtungswerten (Y-Datenpunkte) und den vorhergesagten Werten (Trendlinie) aufweist, stellt die beste Ausgleichsgerade zur Beschreibung des Trends dar.



Der Vorteil des Quadrierens der kleinsten Abstände der y-Werte zur Trendlinie besteht darin, dass die Abstände (auch die negativen, unterhalb der Trendlinie liegenden Datenpunkte) positive Vorzeichen haben. Sonst würden sich negative und positive Datenpunkte ausgleichen und nicht in die Berechnung mit eingehen.

AUFGABE 1

Erstellung einer Trendline und einer linearen Gleichung mit Excel für Mac

Per Hand ist die Berechnung und die Erstellung einer Trendline sehr mühsam. Lassen wir diese durch das Computerprogramm Excel anhand mehrerer Daten durchführen: In der Excel-Datei **Temp_1881-2021.xlsx** sind die Jahresmitteltemperaturen von 1881 bis 2021 zusammengefasst.

Erstelle zu diesen Werten ein Diagramm (idealerweise vom Typ „Punkt (X,Y)“). **Markiere** das Diagramm, **erstelle** mit Excel eine „lineare Trendlinie“ und **lasse** dir die dazugehörige lineare Gleichung von Excel **ausgeben**.

Schritt-für-Schritt Vorgehensweise:

Lineare Trendlinie in ein Diagramm einzeichnen und die lineare Gleichung der Trendlinie ausgeben lassen. Diagramm als Punktwolke von Excel anzeigen lassen:

Markiere die beiden Spalten in der Tabelle (links die Jahreszahlen, rechts die Jahresmitteltemperaturen für Deutschland).

	A	B	C
	Jahr	Jahresmitteltemperaturen für Deutschland	
1			
2	1881	7,31	
3	1882	8,34	
4	1883	7,88	
5	1884	8,57	
6	1885	7,74	
7	1886	8,02	
8	1887	6,95	
9	1888	6,85	
10	1889	7,38	
11	1890	7,31	
12	1891	7,43	
13	1892	7,5	

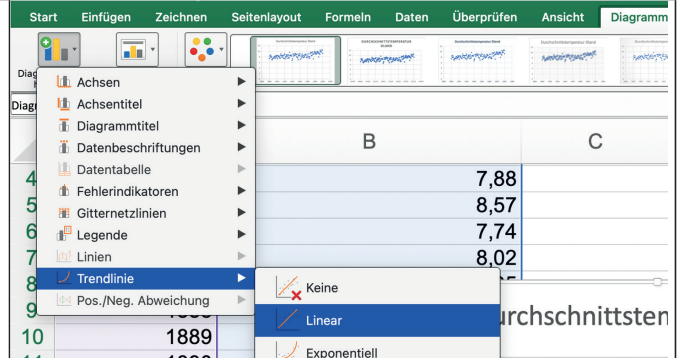
Wähle über die Registerkarte „Einfügen“ den Punkt „Diagramm“ und dort „Punkt (X, Y)“ **aus**.

	B	C	D
	7,88		
	8,57		
	7,74		
	8,02		
	6,95		
	6,85		
	7,38		

Trendlinie in ein Diagramm einzeichnen:

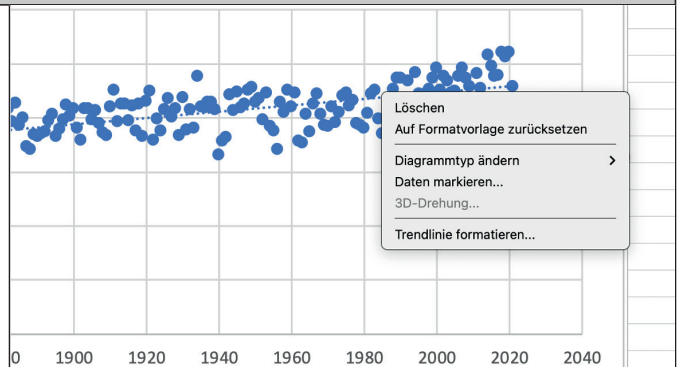
Wähle das Diagramm durch einen Linksklick aus.

Gehe in der Registerkarte „Diagrammentwurf“ auf die Option „Diagrammelement hinzufügen“. **Wähle** über die Auswahl „Trendlinie“ „linear“ **aus**.



Formel einer Trendlinie ausgeben lassen:

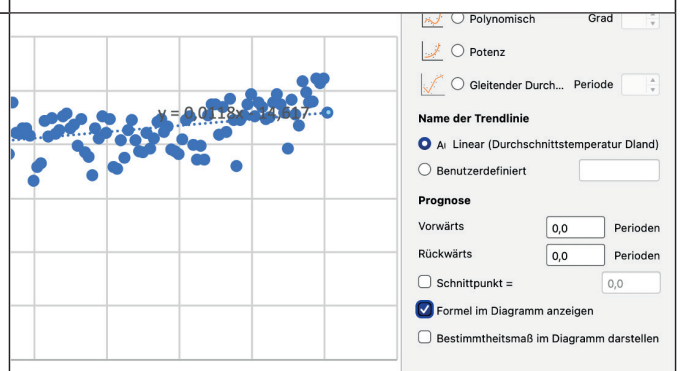
Gehe mit der Maus auf die „Trendlinie“ und **klicke** die rechte Maustaste.



Wähle „Trendlinie formatieren“ **aus**.

Klicke auf „Trendlinienoptionen“

Setze einen Haken bei der Option „Gleichung im Diagramm darstellen“.



Ergebnis: $y =$ _____



AUFGABE 2

Steigung

Was bedeutet die Steigung/Neigung der Trendlinie eigentlich inhaltlich?

AUFGABE 3

Klimaprognosen

Im Pariser Klimaabkommen von 2015 haben sich 195 Staaten verpflichtet, die globale Erderwärmung nicht über $1,5^{\circ}\text{C}$ im Vergleich zum vorindustriellen Zeitalter (Referenzperiode 1850-1900) ansteigen zu lassen, um die Folgen des menschengemachten Temperaturanstiegs abzumildern. Wird das 1,5-Grad-Ziel nicht eingehalten, bestünde die Gefahr, dass Kipppunkte erreicht werden, in denen Klimaprozesse unumkehrbar werden und fatale Auswirkungen für das Klima und die Ökosysteme haben. Das bedeutet, dass das Abschmelzen der Pole zum Anstieg der Meere und somit zu Überschwemmungen der Küsten und Inseln führen kann.

Andere Regionen könnten durch Trockenheit und Waldbrände bedroht werden. Viele Tiere und Pflanzen sind bereits jetzt vom Aussterben bedroht.

Der Verlauf einer Trendlinie wird auch dazu verwendet, um Temperaturentwicklungen vorherzusagen. Setzen wir voraus, dass sich die Einflüsse auf die Temperatur in den kommenden Jahren nicht verändert.

Aufgabe 3.1

Berechne mit Hilfe von Excel die lineare Funktion für den Zeitraum 1980-2021, um eine Prognose für das Jahr 2040 zu erstellen.



Aufgabe 3.2

Setze in die Gleichungen das Jahr 2040 ein, um eine mögliche Jahresmitteltemperatur für dieses Jahr zu prognostizieren.

Aufgabe 3.3

Der Deutsche Wetterdienst (DWD) legt für seine Berechnungen eine Klimareferenzperiode von 1960 bis 1990 zu Grunde. Der Temperaturmittelwert (Langzeitmittelwert) für diesen Zeitraum beträgt 8,24 °C.

Berechne die Abweichung deiner in 3.2. ermittelten Jahresmitteltemperaturen zum Temperaturmittelwert des DWD.

Ergebnisse			
Referenzperiode	Lineare Funktion	Temperaturprognose 2040 (°C)	Temperaturabweichung 2040 vom Langzeitmittelwert
1980-2020	y=		

Aufgabe 3.4

Interpretiere die in 3.3. berechneten Abweichungen zur Referenzperiode 1961-1990 zu den Zielen des Pariser Klimaabkommens.

AUFGABE 4

Beschreibe mit eigenen Worten, was du mit der linearen Regression darstellen kannst und wofür du sie benutzen kannst.

AUFGABE 5

Mit der linearen Regression hast du eine mögliche Durchschnittstemperatur für das Jahr 2040 ermittelt. Hierbei sind wir davon ausgegangen, dass sich nichts an der Freisetzung von Klimagasen wie CO_2 ändert.

Benenne im Unterrichtsgespräch, welche Auswirkungen des Klimawandels dir bereits jetzt bekannt sind.

AUFGABE 6

Diskutiert in 4er-Gruppen, welche Auswirkungen der Klimawandel auf unser Leben auf der Erde hat (s. Infobox 2).

Erarbeitet in eurer Gruppe Lösungsstrategien, was wir in Deutschland zur Abmilderung der Auswirkungen des Klimawandels beitragen könnten. (Hilfe: für jeden Menschen in Deutschland werden jährlich im Mittel 11,5 t CO_2 freigesetzt).

Präsentiert eure Lösungsvorschläge in einem Kurzvortrag.