

Inge SCHWANK, Osnabrück

Prädikative versus funktionale Art logischen Denkens

Interessiert man sich für die Dekomposition von Denkprozessen, gelangt man leicht zu Intelligenztests. Auch wenn nicht geklärt ist, was denn Intelligenz genau sei, beeindruckt die hohe Korrelation, die sich zwischen dem Abschneiden in Intelligenztests und dem Erfolg beim Lösen ganz anderer, komplexerer Probleme wie etwa mathematischer Probleme zeigt. Jahrelang hatten wir selbst den nonverbalen Intelligenztest APM (Raven 1965) erfolgreich eingesetzt, um unsere Versuchsgruppen über Landes- und Kulturgrenzen hinweg abzustimmen. Der eigentliche Untersuchungsanlaß war, das Verhalten von VP zu verstehen, die sich erstmals in mathematisch-informatische Begriffsbildungen bei der Bearbeitung von Programmieraufgaben eindenken (vgl. Armbrust 2001, mittlerweile ist als neues Untersuchungsszenario regelgerechte Symbolverarbeitung hinzu gekommen, vgl. Striethorst 2001). Die Unterscheidung prädikatives Denken, sprich ein Zurechtfinden anhand von Merkmalen und ihren Zusammenhängen, und funktionales Denken, sprich ein Zurechtfinden anhand von Aktionen und ihrem Zusammenwirken, erwies sich als tragfähig bei der Klärung der Verhaltensweisen unserer VP (Schwank, 1993, 1996). Während ähnlich anmutende Begrifflichkeiten - z.B. deklaratives/prozedurales Wissen (Anderson 1993), structural-operational (Sfard 1991), procepts als Wortschöpfung, die die Aspekte process und concept vereinigt (Tall 1994), ein Vorgehen über die Stationen A[ction]-P[rocess]-O[bject]-S[chema] (Cottrill et al. 1991) - prädikative wie funktionale Elemente ineinander vermengen und insbesondere in der Psychologie prädikatives, sprachgebundenes Wissen weitaus besser untersucht ist, findet man andernorts auch eine Betonung des Besonderen funktionaler Ideen. Van der Waerden (1954, S.166) spricht z. B. von einer Aktion als begriffskonstituierend für Kreis ("rotierende Strecke"), Bateson (1995⁴, S.136) analysiert den Begriff "Schalter" und stellt fest, dass der Schalter nur in den Augenblicken seiner Veränderung existiert und somit anders als andere Begriffe wie etwa "Stein" "eher der Vorstellung »Veränderung« als der Vorstellung »Objekt« verwandt" ist, schließlich führt James (1975, S.96) bei seinen Darlegungen zum pragmatischen Wahrheitsbegriff die besondere Eigenart der Idee "Elastizität" einer Feder aus. - Nachdem es gelungen ist, mittels EEG-Methoden (Mölle et al. 2000, Schwank 1999) erste Hinweise auf unterschiedliche Hirnprozesse während prädikativen bzw. funktionalen Lösens von speziell entwickelten Musterergänzungsaufgaben (Schwank 1998/2000) zu erhalten, untersuchen wir derzeit einschlägige Augenbewegungen. 20 VP sind am MPIPF, München, in einer gemeinsamen Pilotstudie mit Franz Mechsner untersucht worden, weitere 12 VP folgten in Osnabrück. Anders als Carpenter et al. (1990), für die die einzige rein funktionale APM-Aufgabe unklassifi-

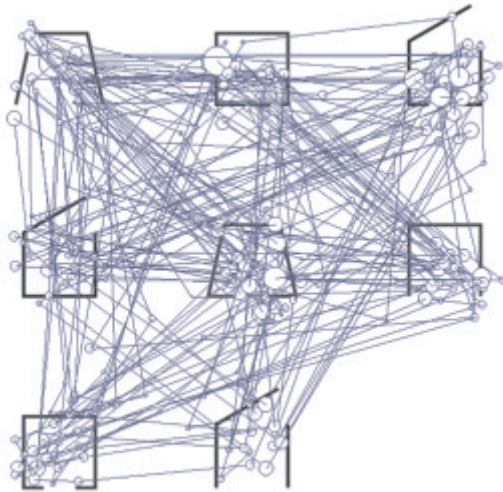


Abb. 1a: Augenbewegungen bis zur Lösung
Dauer: 01:11,344

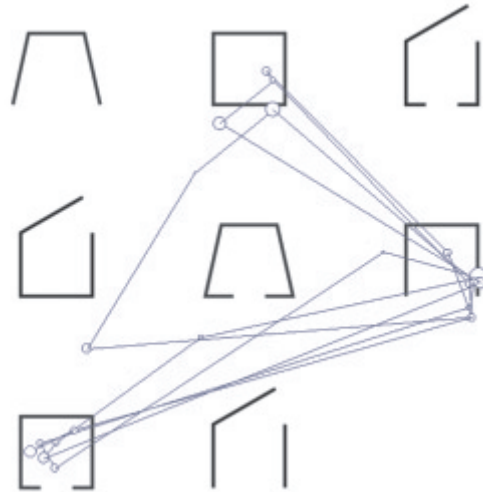


Abb. 1b: Erfassung der Menge der
"Quadrate"
Zeit: 00:22,642 / Dauer 00:05,166

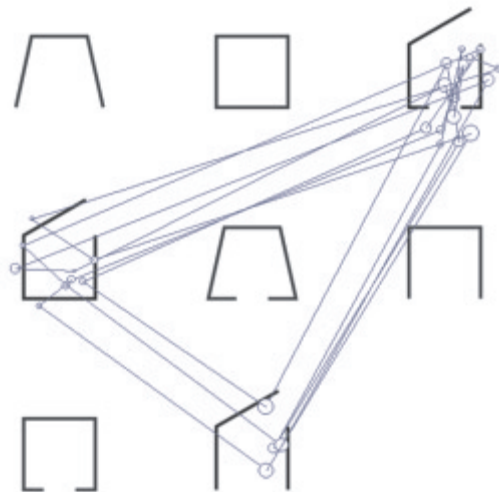


Abb. 1c: Erfassung der Menge der
"Häuser"
Zeit: 00:28,541 / Dauer:00:07,445

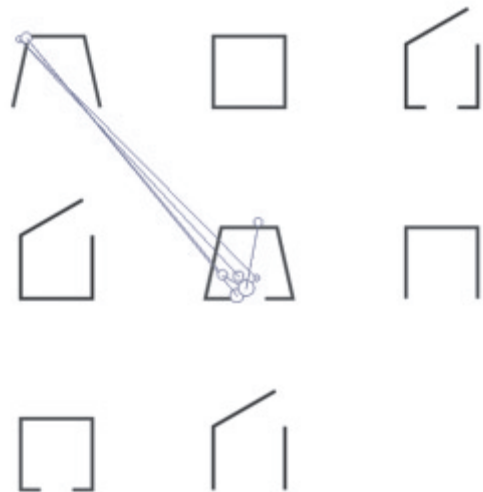


Abb. 1d: Erfassung der Menge der
"Trapeze"
Zeit: 01:02,880 / Dauer: 00:02,336

zierbar blieb (S.431) und die als Ergebnis ihrer Augenbewegungs-Studie ausführen (S.404), "The processes that distinguish among individuals are primarily the ability to induce abstract relations ...", finden wir - gedeckt durch die qualitative Analyse der Begründungen der VP für ihre Lösungsfigur - prädikatives und auch funktionales Denken in Augenbewegungen wieder. Abb. 1a-e zeigen die Augenbewegungen während eines *prädikativen* Zurechtlegens: zunächst deren Gesamtheit bis zur Lösung, dann Abschnitte bedeutsamer Sequenzen. Zeit und Dauer sind in [min]:[sek],[msek] angegeben. Es folgt die mit diesen Augenbewegungen stimmige, *prädikative* Argumentation für das Passen der Lösungsfigur (geschlossenes "Trapez"). F1-F8 beziehen sich dabei auf die einzelnen Felder der Aufgabe, gelesen von links nach rechts, beginnend mit der ersten Reihe.

V[ersuchs]P[erson]: So. Ja, also formschön ist es nicht. Das soll so aussehen, wie das hier

(VP zeigt auf F1) zugeschlossen. Ähm, das begründe ich jetzt so, ähm, hier sind jeweils drei verschiedene Formen. (VP zeigt auf die Elemente der ersten Zeile.) Einmal hat das (VP zeigt auf F1), haben die jeweils einen leeren Boden. Einmal einen (VP zeigt auf F3) halb voll, äh, leeren, ja, einen halben Boden und einmal überhaupt keinen. Das kann man hier dran sehen. Einmal voll (VP zeigt auf F2), gar nichts (VP zeigt auf F6) und einmal halb (VP zeigt auf F7). Einmal hier (VP zeigt auf F3), äh, halb, einmal voll (VP zeigt auf F4) und einmal gar nicht (VP zeigt auf F8). Und hier fehlt das (VP zeigt auf F1), dann einmal gar nicht, einmal halb (VP zeigt auf F5) und dann muss (VP zeigt auf F9) einmal voll sein. Würd' ich mal sagen.

Die VP argumentiert prädikativ entlang der Mengenbildung, wobei gilt, es "sind jeweils drei verschiedene Formen", folgerichtig sind diese pro Menge durchzuchecken. Der Blick hatte sich zwecks einer solchen Klärung an bestimmten Elementen verfangen; im Zusammenspiel zwischen Entstehen-Verfestigen einer Idee und geführtem Kontrollblick wird die Lösung entwickelt.

Betrachten wir ein weiteres Beispiel. Diesmal geht die VP *funktional* vor.

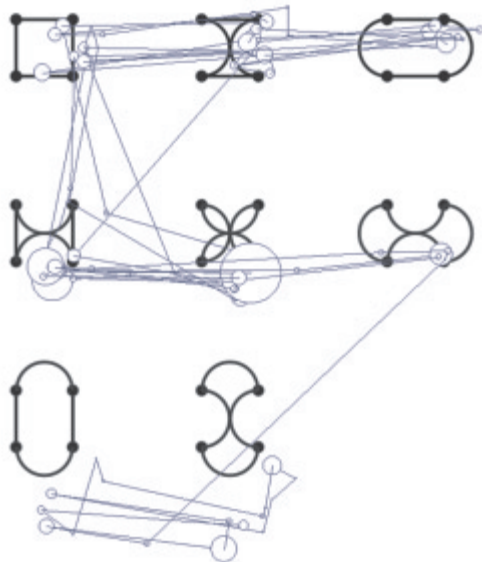


Abb. 2: Augenbewegungen bis zur Lösung
Dauer 00:23,236
Die Kallibrierung im unteren
Bildschirmbereich war nicht 100% erfolgreich.

Zu Abb.2: V[ersuchs]P[erson]: Äh. Links und rechts, die gehen also als Kreis nach innen und dann nach außen. (V[ersuchs]L[eiter]: Ähm.) VP: Jedesmal wiederholt sich das. (VP zeigt auf die linke und rechte Seite des "Quadrates" in F1 und fährt dann die Bögen in F2 und F3 entlang.) VL: Gibt's noch ne Erklärung in den Spalten? Das war ja in den Zeilen erklärt. VP: Hier? Oder was? (VP durchfährt nacheinander die Spalten.) VL: Ja. VP: Da habe ich nicht drauf geachtet. Ja ist vielleicht das ... en Moment. - Ja ist das selbe praktisch, ne. Erst nach innen, dann nach außen.

In der Kürze können hier nur zwei typische Augenbewegungsabläufe während der Lösung von QuaDiPF-Aufgaben vorgestellt werden (weitere Analysen s. Schwank 2001). Die Arbeit in der nächsten Zukunft wird darin bestehen, noch mehr Augendaten mit einer

Vielzahl und nicht zuletzt auch typenmäßig anderer QuaDiPF-Aufgaben zu erheben. Noch liegen beispielsweise keine Daten für den Fall vor, dass einzelne Aufgabenelemente als Werkzeuge aufgefaßt werden können, welche ihren Sinn durch angedachte Anwendungsmöglichkeiten auf andere Elemente erhalten. Die spezifischen Fähigkeiten einzelner Menschen, die sich darin äußern, in besonderer Weise prädikativ bzw. funktional fit zu sein, verleihen den abstrakten Überlegungen von Forschern wie James, Bateson, van der Waerden einen eigenen, von tatsächlichem, menschlichem Zurechtlegen getragenen Sinn. Aufgreifend die Ideen von Papert (1980), weiter die modernen Möglichkeiten z.B. dynamischer Geo-Software ergeben sich zahlreiche Hin-

weise, die eine Stärkung funktionalen Vorgehens herausfordern. Dazu gehört auch, Fishbein's (1993) "figural concepts" neue "motional concepts" zur Seite zu stellen, die funktionalen Vorstellungsmomenten gerecht werden.

Literatur

- Anderson, J. (1993). *Rules of the Mind*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Armbrust, S. (2001). Untersuchungen mit CoDyLa zur Diagnose prädikativen versus funktionalen Denkens. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001*. Hildesheim: Franzbecker.
- Bateson, G. (1995⁴). Geist und Natur - eine notwendige Einheit. Frankfurt: Suhrkamp.
- Carpenter, P., Just, M., Shell, P. (1990): What One Intelligence Test Measures: A Theoretical Account of the Processing in the Raven Progressive Matrices Test. *Psychological Review*, 97(3), 404-431.
- Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., Vidakovic, D. (1996): Understanding the Limit Concept: Beginning With a Coordination Process Schema. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(2), 167-192.
- Fishbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162.
- James, W. (1975). *Pragmatism and the Meaning of Truth*. Cambridge: Harvard Uni. Press.
- Mölle, M., Schwank, I. Marshall, L., Klöhn, A. & Born, J. (2000). Dimensional Complexity and Power Spectral Measures of the EEG During Functional Versus Predicative Problem Solving. *Brain and Cognition*, 22(3), 547-563.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms - Children, Computers, and Powerful Ideas*. Brighton: The Harvester Press Ltd.
- Raven, J. C. (1965). *Advanced Progressive Matrices. Sets I and II*. London: Lewis.
- Schwank, I. (1993). On the Analysis of Cognitive Structures in Algorithmic Thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 12 (2), 209-231.
- Schwank, I. (1996). Zur Konzeption prädikativer versus funktionaler kognitiver Strukturen und ihrer Anwendungen. ZDM-Analysenheft "Deutsche psychologische Forschung in der Mathematikdidaktik". *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 168-183.
- Schwank, I. (1998/2000). QuaDiPF: Qualitative Diagnostical Instrument for Predicative versus Functional Thinking. Test Set, Ver. A-D. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (1999). On Predicative Versus Functional Cognitive Structures. In I. Schwank (Ed.), *European Research in Mathematics Education I,II*, 84-96. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Schwank, I. (2001). Analysis of Eye-Movements During Functional versus Predicative Problem Solving. *Proc. of the 2nd Conference of the European Society of Research in Mathematics Education - Working Group 5 "Mathematical Thinking and Learning as Cognitive Processes"*. http://www.pedf.cuni.cz/k_mdm/vedcin/cerme2/wg5.htm
- Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Refections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Striethorst, A. (2001). Zum Unterschied zwischen prädikativer/funktionaler Verwendung von Regeln bei der Symbolverarbeitung. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001*. Hildesheim: Franzbecker.
- Tall, D. (1994). Understanding the Process of Advanced Mathematical Thinking. Preprint of the invited ICMI lecture at the *International Congress of Mathematicians*, Zürich. Coventry: University of Warwick.
- Van der Waerden, B. L. (1954). Denken ohne Sprache. In G. Révész (ed.), *Thinking and Speaking*, 165-174. Amsterdam: North Holland.